Министерство сельского хозяйства Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Вятский государственный агротехнологический университет»

УТВЕРЖДАЮ
Ректор, председатель приемной комиссии
ФГБОУ ВО Вятский ГАТУ
_______________ Е. С. Симбирских

МАТЕМАТИКА
программа для подготовки к вступительному испытанию,
проводимого ФГБОУ ВО "Вятский ГАТУ"
для поступающих по направлениям подготовки бакалавриата и специалитета

Программа вступительных экзаменов по математике предназначена для абитуриентов, поступающих в Вятский государственный агротехнологический университет. Она охватывает весь школьный курс математики и составлена в соответствии с требования ЕГЭ по математике.

Общие указания

На экзамене по математике поступающий в высшее учебное заведение должен уметь:

1. Производить арифметические действия над числами, заданными в виде десятичных и обыкновенных дробей; с требуемой точностью округлять данные числа и результаты вычислений, производить приближённую оценку результата.

2. Производить тождественные преобразования многочленов, дробей, содержащих переменные, степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции.

3. Строить графики линейной, квадратичной, степенной, показательной, логарифмической и тригонометрической функций; знать характеристики этих функций: область определения, область значения, чётность, периодичность, стационарные точки и некоторые частные значения.

4. Решать уравнения и неравенства первой и второй степени, уравнения и неравенства, приводящиеся к ним; решать системы уравнений и неравенств. В частности, решать уравнения и неравенства, содержащие степенные, показательные, логарифмические функции, решать тригонометрические уравнения, а также простейшие тригонометрические неравенства.

5. Решать задачи на составление уравнений и систем уравнений.

6. Изображать эскизно геометрические фигуры и тела и производить простейшие построения на плоскости.

7. Использовать геометрические представления при решении алгебраических задач, а методы алгебры и тригонометрии – при решении геометрических задач.

Примерные задачи к экзамену в виде тестов.

1. Найдите значение выражения: $\left(2{,}25-3\dfrac{1}{6}\right)\cdot 2{,}4$.
2. Найдите значение выражения: $\dfrac{5^{4}\cdot 5^{-6}}{5^{-2}}$.
3. Решите уравнение: $\sqrt{\dfrac{5}{3-7x}}=1$.
4. Площадь земель фермерского хозяйства, отведенных под посадку сельскохозяйственных культур, составляет 140 га и распределена между зерновыми и овощными культурами в отношении 5:2 соответственно. Сколько гектаров занимают овощные культуры?
5. Решите уравнение: $\log_{4}(7x+4)=3$.
6. Число дорожно-транспортных происшествий (ДТП) в летний период составило 0,77 числа ДТП в зимний период. На сколько процентов уменьшилось число дорожно-транспортных происшествий летом по сравнению с зимой.
7. Решите неравенство: $25x-x^{3}\geq 0$.
8. Материальная точка движется прямолинейно по закону $x(t)=\dfrac{1}{6}t^{2}+3t+2$, где x - расстояние от точки отсчета в метрах, t - время в секундах, измеренное с начала движения. Найти ее скорость (в метрах в секунду) в момент времени $t=4$ с.
9. Ромб и квадрат имеют одинаковые стороны. Найти площадь ромба, если его острый угол равен 30º, а площадь квадрата равна 15.
10. Два ребра прямоугольного параллелепипеда равны 1 и 2, а объем параллелепипеда равен 15. Найти площадь поверхности этого параллелепипеда.

Вопросы для собеседования.

1. Натуральные и целые числа.
2. Рациональные, иррациональные и действительные числа.
3. Определение функции. Понятия четной и нечетной функции.
4. Определение монотонной функции и обратной функции.
5. Уравнение. Корни уравнения. Равносильные уравнения.
6. Числовые алгебраические неравенства. Свойства неравенств. Множество решений неравенства. Равносильные неравенства.
7. Определение синуса, косинуса, тангенса острого угла в прямоугольном треугольнике.
8. Параллелограмм и его свойства. Площадь параллелограмма. Ромб и его свойства.
9. Цилиндр, объем и площадь поверхности цилиндра.
10. Прямоугольный параллелепипед. Объем и площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда.

Требования к абитуриентам, предъявляемые на вступительных экзаменах по математике в Вятский ГАТУ

Вступительные экзамены проводятся по программе, утвержденной Министерством общего и профессионального образования Российской Федерации в соответствии с расписанием приемной комиссии.

Предметная комиссия объявляет оценки письменного экзамена через сутки. При этом экзаменационный лист лиц, получивших положительные оценки возвращается абитуриенту для сдачи последующих экзаменов. Абитуриентам, получившим неудовлетворительную оценку по одному из предметов, экзаменационный лист не возвращается, и к следующему экзамену он не допускается. Пересдача экзамена не разрешается.

В случае не согласия абитуриента с поставленной оценкой, им подается письменное заявление на апелляцию в день объявлении оценки по данному экзамену. Записи письменного ответа и экзаменационный лист с поставленной экзаменаторами оценкой являются документами для апелляционной комиссии. В случае болезни для переноса экзамена с одного числа на другое, абитуриентом пишется заявление и предъявляется справка медицинского учреждения.

Абитуриент, пользующийся при сдаче экзамена шпаргалками, немедленно удаляется с экзамена, а в его экзаменационном листе ставится неудовлетворительная оценка.

Краткие методические указания по подготовке к вступительным экзаменам по математике

Элементарная математика

1.1. Факториал.

$$n! \overset{def}{=} 1\cdot 2\cdot \ldots \cdot n \;\; (\forall n\in \boldsymbol{N}),\; 0! \overset{def}{=} 1,\; 1! \overset{def}{=} 1.$$

Формула Стирлинга: $n! \approx \left(\dfrac{n}{e}\right)^n \sqrt{2\pi n}$ при $n\to\infty$.

Двойной факториал $(\forall k\in \boldsymbol{N})$: $(2k)!! = 2\cdot 4\cdot \ldots (2k)$, $(2k+1)!! = 1\cdot 3\cdot \ldots (2k+1)$, $0!! \overset{def}{=} 1$.

1.2. Формулы сокращенного умножения:

α) $(a\pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$; $(a\pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$;

β) бином Ньютона: $(a+b)^n = a^n + C_n^1 a^{n-1}b + C_n^2 a^{n-2}b^2 + \ldots + C_n^{n-1}ab^{n-1} + b^n$ $(\forall a,b\in \boldsymbol{R}; n\in \boldsymbol{N})$, $C_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$, $n! = 1\cdot 2\cdot 3\cdot \ldots \cdot (n-1)\cdot n$;

γ) $a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$; $a^3 + b^3 = (a+b)(a^2 - ab + b^2)$;

$a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$.

1.3. Квадратные уравнения:

α) $ax^2 + bx + c = 0 \Rightarrow x_{1,2} = \dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$; $ax^2 + bx + c = a(x-x_1)(x-x_2)$;

β) $x^2 + px + q = 0 \Rightarrow x_{1,2} = -\dfrac{p}{2} \pm \sqrt{\dfrac{p^2}{4} - q}$; теорема Виета: $\begin{cases} x_1 + x_2 = -p \\ x_1x_2 = q \end{cases}$.

1.4. Модуль вещественного числа:

α) $|a| = \left[\begin{array}{l} a \text{ при } a\ge 0 \\ -a \text{ при } a<0 \end{array}\right.$ $(\forall a\in \boldsymbol{R})$;

β) $|a|\ge 0$, $|a+b|\le |a|+|b|$, $|a-b|\ge |a|-|b|$, $|ab| = |a|\cdot|b|$, $\left|\dfrac{a}{b}\right| = \dfrac{|a|}{|b|}$ $(b\ne 0)$;

γ) арифметический корень: $\sqrt{a^2}=|a|$, $\sqrt[2n]{a^{2n}}=|a|$ $(\forall n\in \boldsymbol{N})$.

1.5. Степени с рациональными показателями:

α) $a^1=a \quad (\forall a\in \boldsymbol{R})$; $a^0=1 \quad (\forall a\in \boldsymbol{R}\setminus\{0\})$;

$$a^n=\underbrace{a\cdot a\cdot\ldots\cdot a}_{n\text{ множителей}} \ (\forall n\in \boldsymbol{N},\, a\in \boldsymbol{R});\ a^{-p}=\frac{1}{a^p}\ \left(\forall a\in \boldsymbol{R}^+,\, p\in \boldsymbol{R}\right);$$

$$a^{\frac{k}{n}}=\sqrt[n]{a^k}\ \left(\forall a\in \boldsymbol{R}^+,\, k,n\in \boldsymbol{N}\right);$$

β) $a^p a^q=a^{p+q}$; $\dfrac{a^p}{a^q}=a^{p-q}$; $\left(a^p\right)^q=a^{pq}$;

$$(ab)^p=a^p b^p;\ \left(\frac{a}{b}\right)^p=\frac{a^p}{a^p}\ \left(\forall a,b\in \boldsymbol{R}^+,\, p,q\in \boldsymbol{Q}\right).$$

1.6. Показательная функция:

α) $y=a^x$, $a>0, a\neq 1$, $x\in \boldsymbol{R}$, $y>0$;

β) $x_2\geq x_1 \Rightarrow \left[\begin{array}{ll} a^{x_2}\geq a^{x_1} & \text{при } a>1 \\ a^{x_2}\leq a^{x_1} & \text{при } 0<a<1 \end{array}\right.$.

1.7. Логарифмическая функция:

α) $y=\log_a x$, $a>0, a\neq 1$, $x>0$, $y\in \boldsymbol{R}$;

β) $\log_a 1=0$, $\log_a a=1$, $a^{\log_a m}=m\ \left(\forall m\in \boldsymbol{R}^+\right)$;

γ) $\log_a(bc)=\log_a|b|+\log_a|c|$, $\log_a\left(\dfrac{b}{c}\right)=\log_a|b|-\log_a|c|$,

$$\log_a b^k=k\log_a b\ \left(\forall b\in \boldsymbol{R}^+, k\in \boldsymbol{R}\right);$$

δ) $\log_a b=\dfrac{\log_c b}{\log_c a}\ \left(\forall c\in \boldsymbol{R}^+\setminus\{1\}\right)$, $\log_a b=\dfrac{1}{\log_b a}\ \left(\forall b\in \boldsymbol{R}^+\setminus\{1\}\right)$;

ε) $x=a^p \Leftrightarrow p=\log_a x\ \left(\forall x,a\in \boldsymbol{R}^+, a\neq 1, p\in \boldsymbol{R}\right)$.

1.8. Тригонометрические функции.

α) $y = \sin x$, $x \in \boldsymbol{R}$, $|\sin x| \le 1$, $\sin(-x) = -\sin x$;

$y = \cos x$, $x \in \boldsymbol{R}$, $|\cos x| \le 1$, $\cos(-x) = \cos x$;

$y = tgx$, $x \ne \frac{\pi}{2}(2k+1)$, $k \in \boldsymbol{Z}$, $y \in \boldsymbol{R}$, $tg(-x) = -tgx$;

$y = ctgx$, $x \ne \pi k$, $k \in \boldsymbol{Z}$, $y \in \boldsymbol{R}$, $ctg(-x) = -ctgx$.

α \ функции	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	Знаки функций				Период
								I	II	III	IV	
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	+	+	-	-	2π
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	+	-	-	+	2π
$tg\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	-	0	-	+	-	+	-	π
$ctg\alpha$	-	$\sqrt{3}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	-	0	+	-	+	-	π

β) $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$; $tg\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$; $ctg\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$;

$1 + tg^2\alpha = \frac{1}{\cos^2\alpha}$; $1 + ctg^2\alpha = \frac{1}{\sin^2\alpha}$; $\sec\alpha = \frac{1}{\cos\alpha}$; $\mathrm{cosec}\,\alpha = \frac{1}{\sin\alpha}$;

γ) $\cos^2\alpha - \sin^2\alpha = \cos 2\alpha$; $1 + \cos 2\alpha = 2\cos^2\alpha$; $1 - \cos 2\alpha = 2\sin^2\alpha$;

δ) Универсальная подстановка:

$tg\frac{\alpha}{2} = t \Rightarrow \sin\alpha = \frac{2t}{1+t^2}$, $\cos\alpha = \frac{1-t^2}{1+t^2}$, $tg\alpha = \frac{2t}{1-t^2}$;

ε) $\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\sin\beta$; $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \sin\alpha\sin\beta$;

$$tg(\alpha \pm \beta) = \frac{tg\alpha \pm tg\beta}{1 \mp tg\alpha\; tg\beta};$$

χ) $\sin\alpha \pm \sin\beta = 2\sin\dfrac{\alpha \pm \beta}{2}\cos\dfrac{\alpha \mp \beta}{2}$, $\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\dfrac{\alpha + \beta}{2}\cos\dfrac{\alpha - \beta}{2}$,

$$\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha - \beta}{2}\sin\frac{\alpha + \beta}{2};$$

λ) $\sin\alpha\cos\beta = \dfrac{1}{2}\left[\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta)\right]$,

$$\cos\alpha\cos\beta = \frac{1}{2}\left[\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)\right],$$

$$\sin\alpha\sin\beta = \frac{1}{2}\left[\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta)\right];$$

μ) $\sin x = p$, $|p| \le 1 \Rightarrow x = (-1)^k \arcsin p + k\pi$, $k \in \boldsymbol{Z}$;

$\cos x = p$, $|p| \le 1 \Rightarrow x = \pm\arccos p + 2k\pi$, $k \in \boldsymbol{Z}$;

$tgx = m$, $m \in \boldsymbol{R} \Rightarrow x = arctg\; m + k\pi$, $k \in \boldsymbol{Z}$;

$ctgx = m$, $m \in \boldsymbol{R} \Rightarrow x = arcctg\; m + k\pi$, $k \in \boldsymbol{Z}$;

$-\dfrac{\pi}{2} \le \arcsin x \le \dfrac{\pi}{2}$, $0 \le \arccos x \le \pi$, $-\dfrac{\pi}{2} < arctgx < \dfrac{\pi}{2}$, $0 < arcctgx < \pi$;

$\arcsin(-x) = -\arcsin x$, $arctg(-x) = -arctgx$,

$\arccos(-x) = \pi - \arccos x$, $arcctg(-x) = \pi - arcctgx$.

1.11. Геометрия.

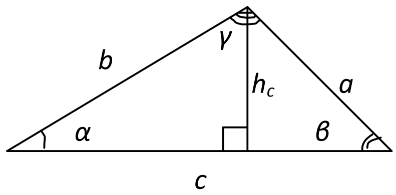
α) Произвольный треугольник:

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2}ch_c = \frac{1}{2}bc\sin\alpha = \frac{1}{2}ac\sin\beta;$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha;$$

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R,$$

где R – радиус описанной окружности.

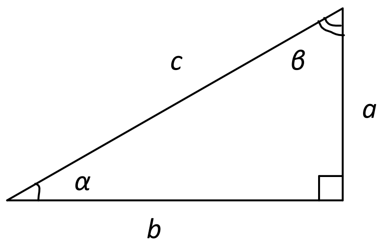


β) Прямоугольный треугольник:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

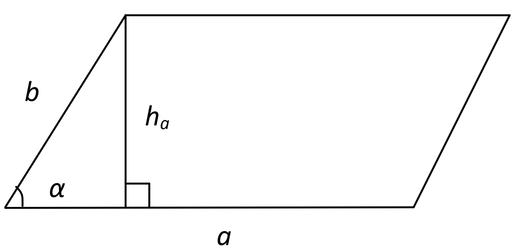
$$a = c\sin\alpha = c\cos\beta,\ b = c\sin\beta = c\cos\alpha,$$

$$a = btg\alpha = bctg\beta,\ b = atg\beta = actg\alpha.$$



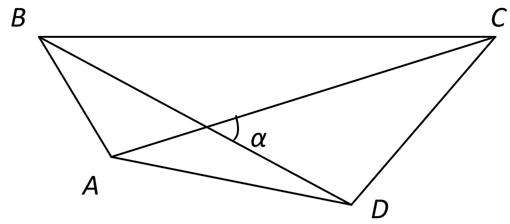
γ) Параллелограмм:

$$S = ah_a = ab\sin\alpha.$$



δ)Произвольный выпуклый четырехугольник:

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin\alpha \text{ , } d_1 = |AC|, \ d_2 = |BD|.$$

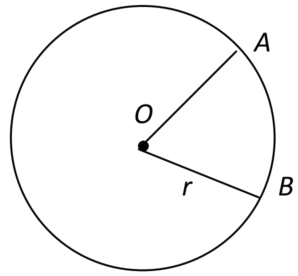


ε) Окружность, круг:

$$S_{\text{кр}} = \pi r^2, \ l_{\text{окр}} = 2\pi r;$$

$$S_{(OAB)} = \frac{1}{2} r^2 \alpha \text{ , } l_\alpha = \left|\overset{\cup}{AB}\right| = r\alpha,$$

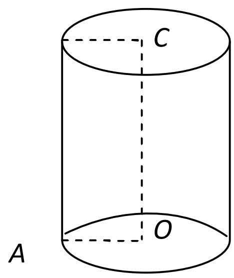
α – в радианах.



χ) Цилиндр:

$$V = \pi r^2 H \text{ , } r = |OA|, \ H = |OC|.$$

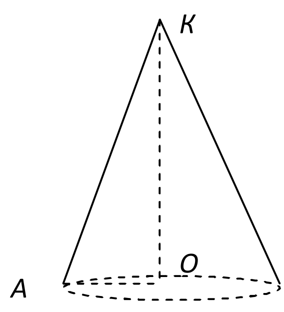
$$S^{бок} = 2\pi r H \text{ , } S = 2\pi r H + 2\pi r^2.$$



λ) Конус

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 H \text{ , } r = |OA|, \ H = |OK|.$$

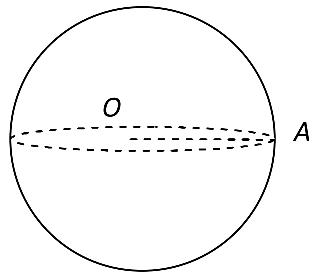
$$S^{бок} = \pi r l \text{ , } S = \pi r l + \pi r^2, \ l = |AK|.$$



μ) Шар

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3, \ R = |OA|.$$

$$S = 4\pi R^2.$$



Рекомендуемая литература

При подготовке к вступительным экзаменам по математике наряду со школьными учебниками и учебными пособиями может быть использована следующая литература:

1. Сборник задач по математике для поступающих во ВТУЗы, в двух книгах (под ред. М.И. Сканави). – М.: Высшая школа, 1994 г., и последующие издания.
2. Сборник конкурсных задач по математике для поступающих во ВТУЗы (под ред. М.И. Сканави). М.: Высшая школа, 1978 г., и последующие издания.
3. Типовые задачи вступительных экзаменов в вузы по математике (под ред. А.И. Болотина). М.: Машиностроение, 1992 г.
4. Сборник задач по математике для поступающих в вузы (под ред. А.И. Прилепко). М.: Высшая школа, 1983 г.
5. Пособие по математике для поступающих в вузы (Г.В. Дорофеев и др.). М.: Наука, 1976 г., и др. издания.
6. Математика для поступающих в вузы (Г.В. Дорофеев и др.) М.: Дрофа, 1996.
7. Н. П. Антонов и др. Сборник задач по элементарной математике. М.: Наука, 1965 г., и последующие издания.